# Варианты
## Открытой олимпиады по физике
## ВЕСНА 2005
## Новосибирский государственный университет

ответственный за выпуск Е.М. Балдин

25 сентября 2005 г.

# Содержание

# Введение

Все вопросы, связанные с поступлением в НГУ можно выяснить в приёмной комиссии НГУ по телефонам (3832) 34–35–90, (3832) 39–73–77 и электронной почте poly@admin.nsu.ru.

Дополнительную информацию можно получить в разделе «Абитуриент 2005» на сайте НГУ: www.nsu.ru.

Пособие распространяется под лицензией GNU FDL[1] версии 1.1 . Основные положения: вы можете распространять этот документ в любом виде при условии предоставления исходных текстов; вы можете распечатывать этот документ для себя; вы можете его модифицировать (или копировать часть информации) при условии *сохранения на результат текущей лицензии*; При печати больших тиражей (> 100 экземпляров), а также для изменения текущей лицензии вам следует получить разрешение авторов. Для получения более подробной информации о лицензии следует обратиться к первоисточнику по адресу http://www.gnu.org .

Замечания, связанные с содержанием и оформлением данного пособия, просьба присылать Балдину Евгению Михайловичу по электронной почте E.M.Baldin@inp.nsk.su . Поэтому же адресу следует связаться для получения исходников. Этот текст, а так же аутентичные копии вариантов, которые давались абитуриентам на экзамене, можно скачать с домашней странички ответственного за выпуск: http://www.inp.nsk.su/~baldin из раздела «Варианты вступительных экзаменов».

# Советы абитуриентам

Открытая олимпиада по физике длится четыре астрономических часа для Факультета Естественных Наук (ФЕН) и Геолого-Геофизического Факультета (ГГФ) и пять часов для Физического Факультета (ФФ). Для поддержания сил на олимпиаду лучше всего взять большую плитку шоколада — этим *сухим* пайком и ограничиться. Если вы не важно себя чувствуете, то попытайтесь решить эту проблему *до* начала испытаний. Если есть необходимость, то сходите к врачу — *со здоровьем не шутят*. Курить во время олимпиады *не* разрешается.

Обязательно возьмите на экзамен одну или две запасные ручки. Нет более жалкого зрелища, чем испытуемый, который пытается расписать ручку. У вас должна *быть* линейка, и вы должны *уметь* ей пользоваться. Так как ваше решение будут проверять, то сделанные вами черте-

[1] GNU Free Documentation License.

жи должны быть *понятны*. А вот калькулятор только отвлекает. Единственный тип задания, где потребуется получение численного ответа — это «задача-оценка»[2]. Вычисление на калькуляторе не убережёт вас от ошибок, зато даёт ошибочную уверенность в правильности ваших действий — «машина не может ошибаться».

Перед олимпиадой прорешайте с десяток вариантов[3] за предыдущие годы для оттачивания ваших навыков. Это *лучший* способ подготовки.

Помните, что *всё* что от вас требуется, это знание физики в объёме школьного курса. Поэтому, если вы чего-то не понимаете, то переберите в уме *все*[4] основные законы физики, которые изучали в школе.

Если не понимаете как решать задачу, то нарисуйте рисунок к ней, опираясь только на условие — возможно, станет понятнее.

Если что-то не понятно в условии, то после того как несколько раз перечитаете условие, задайте вопрос экзаменаторам. Объяснять условия задач — это часть их работы.

*Не пользуйтесь шпаргалками — они не помогут.*

*Помните, что задача не считается решённой, если приводится лишь ответ без объяснений.* Поэтому оформляйте решение максимально подробно, но меру знайте[5]. Объясняйте откуда у вас взялась та или иная буква.

За полтора часа до конца экзамена буквально *бросьте всё* и оформите те задачи, которые вы уже решили.

Обязательно проверьте все свои ответы. Полезно обвести их рамкой, чтобы выделить. Учтите, что черновики тоже проверяются.

*ВНИМАНИЕ:*

*Задача не считается решённой, если приводится лишь ответ без объяснений.*

*ЖЕЛАЕМ УСПЕХА !*

---

[2] Четвёртая задача в вариантах для ФФ.

[3] Потратьте на каждый вариант по 2–3 часа каждое воскресенье, начиная за 3 месяца до начала экзаменов.

[4] Законы Ньютона, Законы сохранения энергии и импульса, Уравнение Клапейрона-Менделеева, Закон Кулона, Закон Ома, Закон Ампера, Закон Фарадея — то есть, все *десять* основных законов (дайте мне знать, если вспомните больше).

[5] Для объяснения выведенных уравнений достаточно ссылок на основные законы.

## Открытая олимпиада

Начиная с 1994 года во время весенних каникул в НГУ, а также в городах, которые заключили договор, проводится Открытая олимпиада. По результатам Открытой олимпиады выставляются оценки, с которыми абитуриент может участвовать в летних приёмных экзаменах в порядке общего конкурса. К поступлению рекомендуются только выпускники школ текущего года.

Открытая олимпиада позволяет оценить свои силы и получить бесценный опыт участия в экзаменах.

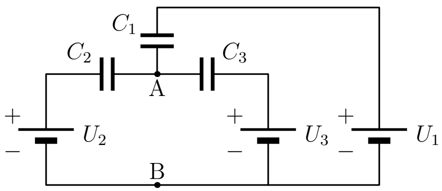
В 2005 году кроме НГУ Открытая олимпиада проводилась в следующих городах: Абакан, Алматы, Ангарск, Барнаул, Братск, Железногорск, Кызыл, Новокузнецк, Улан-Удэ, Усть-Каменногорск, Ханты-Мансийск, Якутск.

Выездные варианты помечены литерой «в»: ФФ-$\mathcal{O}$51в, ФЕН-$\mathcal{O}$51в, ГГФ-$\mathcal{O}$51в. Остальные варианты относятся к Новосибирскому туру Открытой олимпиады.

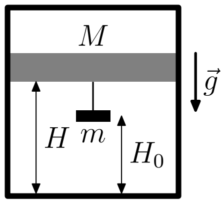
*Обращение к учителям-физикам:* Уважаемые коллеги если у вас есть желание организовать в вашем городе проведение Открытой олимпиады, то свяжитесь с приёмной комиссии НГУ по телефонам (383) 334–35–90, (383) 339–73–77 для выяснения условий проведения.

## Вариант ФФ-О51в

**Задача №1** Капля, падающая вертикально, пролетает мимо окна высоты $h$ за время $t$. Найдите её скорости при пролёте мимо нижнего и верхнего края окна. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения $\vec{g}$.




**Задача №2** Батареи с напряжениями $U_1$, $U_2$ и $U_3$ соединили так, что они имеют общий минус. Плюсы этих батарей подсоединили к трём обкладкам исходно незаряженных конденсаторов с ёмкостями $C_1$, $C_2$ и $C_3$, а три другие обкладки соединены проводниками в точке A. Каково напряжение между точками A и B?



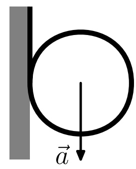

**Задача №3** В вертикальном теплоизолированном цилиндре находится гелий, давление которого удерживает поршень массы $M$ с подвешенным к нему грузом массы $m$. Выше поршня вакуум. Поршень находится на высоте $H$, а груз на высоте $H_0$ над дном цилиндра. Груз отрывается, падает на дно и прилипает. Насколько поднимется поршень, когда снова установится равновесие? Считать, что вся выделенная энергия пошла на нагрев газа. Объём груза мал по сравнению с объёмом гелия. Ускорение свободного падения $\vec{g}$.

**Задача №4** Оцените насколько масса стакана с тяжёлой водой $D_2O$ больше массы стакана с обычной водой?

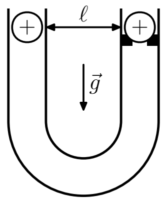
**Задача №5** Из бумаги склеены два одинаковых конуса (комментарии и «выкройку» см. на стр. 22). Один обрезают по краю, и вкладывают в него обрезки. Если конусы одновременно отпустить с одной и той же высоты, один при падении заметно отстаёт от другого. Если из меньшего конуса убрать обрезки, то отпущенные одновременно конусы одновременно же достигают пола. Объясните, почему так происходит.

## Вариант ФФ-О52

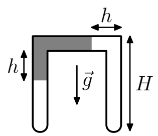
**Задача №1** Свёрнутую в рулон радиуса $R$ ленту подвесили за её конец и отпустили. Рулон стал разматываться, опускаясь вдоль вертикальной стены с постоянным ускорением $\vec{a}$. Через какое время его радиус уменьшится до $r$? Толщина ленты $d$ мала по сравнению с радиусом рулона.

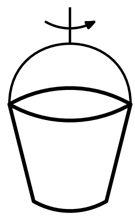



**Задача №2** В U-образной трубке с расстоянием $\ell$ между вертикальными коленами на выступе в правом колене лежит шарик массы $m$ с зарядом $q$. В левом колене на той же высоте, что и первый, находится второй такой же заряженный шарик. Его отпускают и он падает вниз, а затем поднимается по правому колену. При сближении шариков в какой-то момент верхний отрывается от выступа. Найдите скорость нижнего шарика в момент отрыва верхнего. Трения нет. Ускорение свободного падения $\vec{g}$.




**Задача №3** В П-образной закрытой с концов трубке постоянного сечения с длиной вертикальных колен $H$ заключён газ, разделённый жидкостью плотности $\rho$. Жидкость заполняет участок длины $h$ левого колена и горизонтальный участок трубки, не доходя на $h$ до правого колена. При нагревании жидкость поднимается и, начиная с температуры $T$, оказывается полностью в горизонтальном участке трубки. Найдите начальные температуру и давление газа в левом и правом коленах. Ускорение свободного падения $\vec{g}$. Давлением паров жидкости пренебречь.



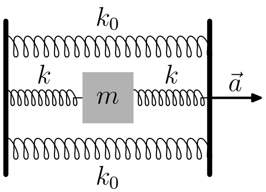



**Задача №4** Ведро в вертикальном положении раскручивают вокруг его оси. Оцените, при каком числе оборотов в секунду вся вода из него выльется.

**Задача №5** Сосуд с плоским дном установлен с небольшим наклоном, в нём холодная вода. Ставят вверх дном чашку до соприкосновения её с дном сосуда. Она остаётся на месте. Заменяют холодную воду нагретой. Поставленная таким же образом чашка начинает через некоторое время соскальзывать. Объясните явление.

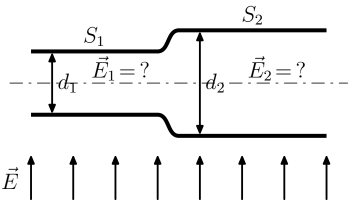
## Вариант ФФ-О53

**Задача №1** К источнику постоянного напряжения подсоединена нагрузка, имеющая постоянное сопротивление. На подводящих проводах выделяется энергия, составляющая долю $\beta_1 = 0.1$ от общей энергии получаемой от источника. Во сколько раз нужно увеличить сечение подводящих проводов, чтобы уменьшить долю потерь в проводах до $\beta_2 = 0.01$?




**Задача №2** Невесомые стержни связаны невесомыми пружинами жёсткости $k_0$ у верхней и нижней, и жёсткости $k$ у средних пружин, присоединённых к телу массы $m$. Исходно пружины не деформированы. Под действием силы, приложенной к правому стержню, система начинает двигаться с постоянным ускорением $\vec{a}$, направленным вдоль пружин. Найдите, насколько при этом возрастёт расстояние между стержнями.

**Задача №3** Незаряженные проводящие пластины имеют по два обширных плоских параллельных участка площади $S_1$ и $S_2$ с малыми зазорами $d_1$ и $d_2$ между ними. Протяжённость области изгиба мала в сравнении с размерами пластин. Перпендикулярно плоскости симметрии пластин включают внешнее однородное электрическое поле $E$. Найдите поля $E_1$ и $E_2$ внутри зазоров между плоскими участками.

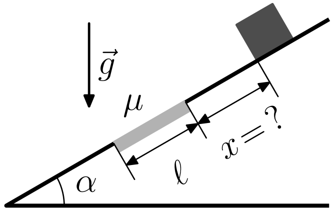



**Задача №4** Стальную пластинку погружают плашмя в воду в глубоком озере и отпускают. Оцените, во сколько раз возрастёт разница давлений на нижнюю и верхнюю стороны пластинки на большой глубине по сравнению с начальным моментом движения.

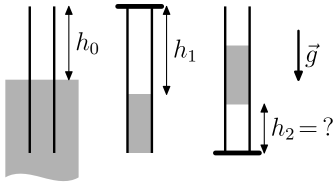
**Задача №5** Сосуд с плоским дном установлен с небольшим наклоном, в нём холодная вода. Ставят вверх дном чашку до соприкосновения её с дном сосуда. Она остаётся на месте. Заменяют холодную воду нагретой. Поставленная таким же образом чашка начинает через некоторое время соскальзывать. Объясните явление.

## Вариант ФЕН-О51в

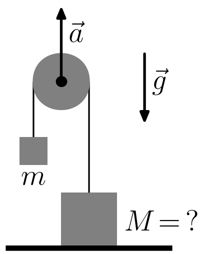
**Задача №1** На плоскости с углом наклона $\alpha$ имеется шероховатый участок протяжённостью $\ell$ с коэффициентом трения $\mu$. На остальной части плоскости трение отсутствует. На каком расстоянии x от ближайшего края этого участка надо отпустить тело, чтобы оно съехало с наклонной плоскости? Ускорение свободного падения $\vec{g}$.



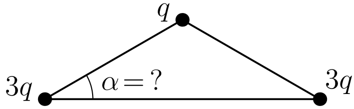

**Задача №2** Трубка погружена в воду так, что над поверхностью воды остаётся часть длины $h_0$. Трубку герметично закрывают сверху и полностью вытаскивают из воды в вертикальном положении. Высота столба воздуха в трубке становится равной $h_1$. Какой станет высота столба воздуха в трубке, если её перевернуть открытым концом вверх? Температуру воздуха считать постоянной.



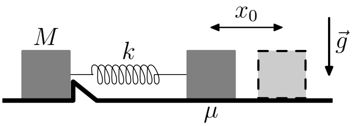

**Задача №3** На нерастяжимой нити висит груз массы $m$, нить перекинута через невесомый блок, а другой конец нити привязан к противовесу, лежащему на столе. Блок начинают поднимать по вертикали с постоянным ускорением $\vec{a}$. При какой массе противовеса он не оторвётся от стола? Ускорение свободного падения $\vec{g}$.



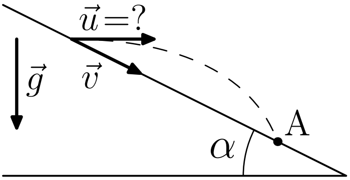

**Задача №4** На нить одели три бусинки и замкнули её в петлю. Одна бусинка имеет заряд $q$, а остальные по $3q$. Бусинки могут скользить по нити без трения. В состоянии равновесия нить образует треугольник. Найдите угол $\alpha$ при основани треугольника.



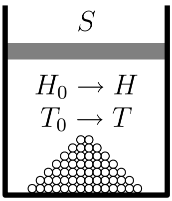
## Вариант ФЕН-О52




**Задача №1** Два тела на горизонтальной плоскости связаны пружиной жёсткости $k$, коэффициент трения между телами и плоскостью $\mu$. Первое тело с известной массой $M$ упирается в выступ, не позволяющий ему смещаться вправо. Если второе тело сдвинуть на $x_0$ или большую величину вправо и отпустить, то после начала его движения в некоторый момент времени сдвинется и первое тело. Найдите массу второго тела. Ускорение свободного падения $\vec{g}$.

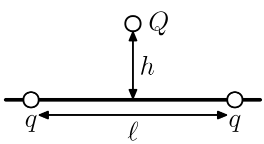



**Задача №2** Два камня бросили одновременно из одной точки. Первому сообщили скорость $\vec{v}$ вдоль наклонной плоскости с углом $\alpha$, а второму — скорость направленную по горизонтали. Найдите эту скорость $\vec{u}$, если камни столкнулись на наклонной плоскости в некоторой точке A? Трение отсутствует. Ускорение свободного падения равно $\vec{g}$.



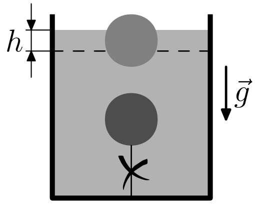

**Задача №3** Под поршнем в цилиндре сечения $S$ находится воздух при температуре $T_0$ и кучка песка. При нагревании воздуха до температуры $T$ поршень поднимается над дном от начальной высоты $H_0$ до конечной $H$. Найдите суммарный объём песчинок в кучке, если давление воздуха остаётся постоянным.

**Задача №4** По спице могут без трения двигаться бусинки с зарядом $q$ каждая. На расстоянии $h$ от спицы закреплён заряд такой, что бусинки остаются в равновесии при расстоянии $\ell$ между ними. Найдите величину этого заряда.

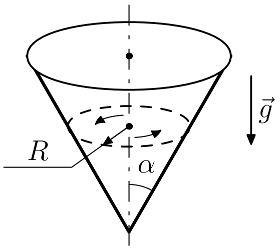


## Вариант ГГФ-О51в

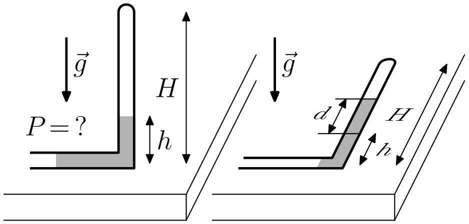
**Задача №1** Деревянный шар объёма $V$ привязан нитью к дну сосуда цилиндрической формы с сечением $S$ и полностью погружён в воду. Когда нить перерезают, шар всплывает, а уровень воды в сосуде опускается на $h$. Какова масса шара? Плотность воды $\rho$.




**Задача №2** По внутренней поверхности конуса движется шарик, описывая горизонтальную окружность радиуса $R$. Найдите его скорость, если трения нет, а угол между образующей и вертикальной осью конуса равен $\alpha$. Ускорение свободного падения $\vec{g}$.




**Задача №3** В L-образной трубке в закрытом сверху вертикальном колене высоты $H$ над столбиком воды находится воздух. Высота уровня воды в этом колене $h$. Горизонтальное колено открыто в атмосферу. Вертикальное колено медленно привели в горизонтальное положение, вращая вокруг горизонтальной части трубки. При этом длина столбика воздуха уменьшилась на $d$. Найдите атмосферное давление $P$, если плотность воды $\rho$, ускорение свободного падения $\vec{g}$, а температура не изменилась.




**Задача №4** а) Каков заряд сферы радиуса $R$, если потенциал на её поверхности равен $\varphi$, а на большом расстоянии от её центра нулевой?

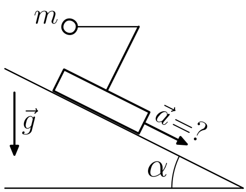
б) Нарисуйте силовые линии электрического поля этой сферы.

в) Какая работа совершается при зарядке конденсатора ёмкостью $C$ до разности потенциалов $U$ на его обкладках?

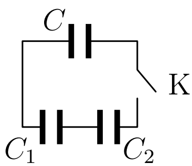
## Вариант ГГФ-О52


**Задача №1** Толстостенный цилиндр с внутренним радиусом $r$ и внешним $R$ плавает вертикально, при этом уровень воды в нём на $h$ выше уровня воды снаружи. В тонком дне цилиндра образуется отверстие и цилиндр медленно всплывает не меняя ориентации. Найдите на сколько цилиндр сместится по вертикали? Ускорение свободного падения $\vec{g}$.

**Задача №2** К тележке, которую тянут вниз по наклонной плоскости, образующей угол $\alpha$ с горизонталью, на нити привязан груз массы $m$. Найдите ускорение тележки и натяжение нити, если при движении нить остаётся горизонтальной. Ускорение свободного падения $\vec{g}$.




**Задача №3** К заряженному конденсатору ёмкостью $C$ подсоединили два незаряженных конденсатора с ёмкостями $C_1$ и $C_2$, замкнув ключ К. После чего на верхнем конденсаторе установилось напряжение $U$. Найдите начальный заряд верхнего конденсатора.




**Задача №4** а) При температуре $T$ давление идеального газа $P$. Сколько молей газа содержится в объёме $V$?

б) Нарисуйте на $PV$ диаграмме (с осями давление — объём) график процесса, при котором объём растёт прямо пропорционально температуре.

в) Какая работа совершается при расширении газа от объёма $V$ до объёма $4V$ при постоянном давлении газа $P$?

# Разбор задач

В этом разделе произведён разбор задач. Прежде чем обратиться к этому разделу потратьте на решение варианта *как минимум* 2 часа. Чтобы научиться решать задачи необходимо эти задачи *решать*.

Если у вас есть интересующиеся друзья, то устройте совместное решение. Соревновательная компонента очень важна. Вступительные варианты не являются олимпиадными. Цель вступительных экзаменов отобрать тех, кто в освоил школьную программу в достаточном для обучения в НГУ объёме.

В этом разделе представлены решения задач в том виде, в каком это представляется наиболее понятным для преподавателя. Большинство формул пронумеровано, чтобы на них можно было сослаться при разборе. Все дополнительные величины описаны. Решения достаточно подробны и понятны. Обязательно в конце решения, если это возможно, приведены ответы.

## Вариант ФФ-О51в

**Решение задачи №1** Пусть $v_0$ — скорость капли при пересечении верхней границы окна, тогда уравнение движения капли в поле тяжести:

$$h = v_0 t + \frac{gt^2}{2} \Rightarrow v_0 = \frac{h}{t} - \frac{gt}{2}. \tag{1}$$

Пусть $v_1$ — скорость капли при пересечении нижней границы окна, тогда:

$$v_1 = v_0 + gt \Rightarrow v_1 = \frac{h}{t} + \frac{gt}{2}. \tag{2}$$

*Ответ*: $v_0 = h/t - gt/2$, $v_1 = h/t - gt/2$.

**Решение задачи №2** Пусть $U_{AB}$ — напряжение между точками A и B, а $q_1$, $q_2$ и $q_3$ — заряды на конденсаторах $C_1$, $C_2$ и $C_3$ соответственно. Запишем закон сохранения заряда в точке A:

$$q_1 + q_2 + q_3 = 0, \tag{3}$$

где

$$\begin{cases} q_1 = C_1(U_1 - U_{AB}) \\ q_2 = C_2(U_2 - U_{AB}) \\ q_3 = C_3(U_3 - U_{AB}) \end{cases} \Rightarrow U_{AB} = \frac{C_1U_1 + C_2U_2 + C_3U_3}{C_1 + C_2 + C_3}. \tag{4}$$

*Ответ*: $U_{AB} = (C_1U_1 + C_2U_2 + C_3U_3)/(C_1 + C_2 + C_3)$.

**Решение задачи №3** Давление в сосуде определятся массой поршня и равно: $P = (M + m)g/S$ до отрыва груза и $P' = Mg/S$ после отрыва груза, где $S$ — площадь поршня. Пусть $nu$ — число молей газа в сосуде, а $h$ — высота на которую поднимется поршень после отрыва груза, тогда из уравнения состояния идеального газа:

$$\begin{cases} \nu RT_0 = (M + m)gH \\ \nu RT = Mg(H + h) \end{cases} \tag{5}$$

Тепло $Q = mgH_0$, выделившееся при неупругом ударе, идёт на работу по подъёму поршня $A = gh$ и приращение внутренней энергии гелия:

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}\left(Mg(H + h) - (M + m)gH\right) = \frac{3}{2}(Mgh - mgH), \tag{6}$$

следовательно, из закона сохранения энергии (первое начало термодинамики):

$$mgH_0 = gh + \frac{3}{2}(Mgh - mgH) \Rightarrow h = \frac{(2H_0 + 3H)m}{5M}. \tag{7}$$

*Ответ*: $h = m(2H_0 + 3H)/5M$.

**Решение задачи №4** Отношение плотностей равно отношению молярных масс. В данном случае:

$$\mu_{H_2O}/\mu_{D_2O} = (1 \times 2 + 18)/(2 \times 2 + 18) = 1.1, \tag{8}$$

следовательно, так как в стандартном стакане помещается 200 г обычной воды, то масса тяжёлой воды будет на 20 г больше.

*Ответ*: на 20 г.

**Решение задачи №5** В первом случае сила тяжести ($m_1\vec{g}$ и $m_2\vec{g}$, соответственно), действующая на конусы равной массы, одинакова, а сила сопротивления ($\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, соответственно) со стороны воздуха больше при той же скорости для большего конуса. Поэтому больший конус медленнее разгоняется и отстаёт от меньшего. Во втором случае ускорения практически равны, что указывает на *пропорциональность силы сопротивления площади основания конуса.*

$$\begin{cases} m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{F}_1 \\ m_2\vec{a} = m_2\vec{g} + \vec{F}_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{S_1}{S_2}. \tag{9}$$

## Вариант ФФ-О52

**Решение задачи №1** В этой задаче сохраняется площадь торцевой части разматывающегося рулона, поэтому:

$$S_{\text{торца}} = \pi(R^2 - r^2) = \frac{at^2}{2} \times d \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\pi(R^2 - r^2)}{ad}}, \tag{10}$$

где $t$ — искомое время.

*Ответ*: $t = \sqrt{2\pi(R^2 - r^2)/ad}$.

**Решение задачи №2** Пусть $x$ — расстояние от нижнего (свободного) шарика до выступа с верхним шариком, тогда в момент отрыва выполняется равенство сил:

$$\frac{kq^2}{x^2} = mg, \tag{11}$$

следовательно, по закону сохранения энергии:

$$\frac{kq^2}{\ell} = \frac{mv^2}{2} + \frac{kq^2}{x} - mgx \Rightarrow v = q\sqrt{\frac{2k}{m\ell}}, \tag{12}$$

где $v$ — искомая скорость.

*Ответ*: $v = q\sqrt{2k/m\ell}$.

**Решение задачи №3** Так как при нагреве газа жидкость вытесняется в горизонтальный участок, то в обоих коленах устанавливается одинаковое давление, следовательно, слева и справа одинаковое число молей. Пусть $P_1$ и $P_2$ начальные давления в правом и левом коленах соответственно, тогда:

$$\begin{cases} P_1(H + h) = P_2(H - h) \\ P_2 - P_1 = \rho g h \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_1 = \frac{\rho g(H-h)}{2} \\ P_2 = \frac{\rho g(H+h)}{2} \end{cases} \tag{13}$$

В ходе уменьшения $h$ при нагреве те же формулы применимы при $h \to +0$, отсюда давление при температуре $T$, когда столбик жидкости вытесняется в горизонтальный участок трубки, равно:

$$P = \lim_{h\to+0} P_1 = \lim_{h\to+0} P_2 = \frac{\rho g H}{2}, \tag{14}$$

следовательно:

$$\frac{P_2(H-h)}{T_0}=\frac{PH}{T}\Rightarrow T_0=T\frac{H^2-h^2}{H^2}, \tag{15}$$

где $T_0$ — начальная температура.

*Ответ*: $P_1=\rho g(H-h)/2$, $P_2=\rho g(H+h)/2$, $T_0=T(H^2-h^2)/H^2$.

**Решение задачи №4** Пусть вся вода вылилась и осталась только капля на самом дне, тогда в случае, если капля на дно уже не опирается, записываем закон Ньютона:

$$m\vec{a}=\vec{N}+m\vec{g}\Rightarrow mg\cos\alpha=m\omega^2 r\sin\alpha, \tag{16}$$

где $m$ — масса капли, $\vec{a}$ — центростремительное ускорение капли, $\vec{N}$ — реакция опоры со стороны стенки, $r$ — радиус дна, $\omega$ — угловая частота, а $\alpha$ — угол между вертикалью и стенкой ведра.

При $\omega>\sqrt{g\operatorname{ctg}\alpha/r}$ появится вертикальное ускорение.

Модель явления готова, теперь оценим $\omega$: $\operatorname{ctg}\alpha=H/(R-r)\simeq 4\div 9$, $r\simeq 0.1\,\text{м}$, следовательно, $\omega=(2\div 3)\cdot 10^1\,\frac{\text{рад}}{\text{с}}$, то есть, число оборотов в секунду равно: $n=\frac{\omega}{2\pi}=3\div 5\,\frac{\text{об}}{\text{с}}$.

**Решение задачи №5** Когда чашку ставят в горячую воду, то давление нагревающегося воздуха (и паров) возрастает, заметно уменьшая прижимающую силу, а значит, и силу трения, что приводит к сползанию чашки. Слой же воды вне чашки не позволяет выйти воздуху из неё, пока избыточное давление не сравняется с давлением слоя.

Попробуйте провести этот эксперимент самостоятельно.

## Вариант ФФ-О53

**Решение задачи №1** Энергия выделяющаяся в проводах равна $Q=$ $=U\times I$, поэтому:

$$\frac{U^2R_{1,2}}{(R+R_{1,2})^2}=\beta_{1,2}\frac{U^2}{R+R_{1,2}}\Rightarrow R_{1,2}=R\frac{\beta_{1,2}}{1-\beta_{1,2}}. \tag{17}$$

Сопротивление однородного провода в случае постоянного тока обратно пропорционально его сечению, следовательно:

$$\frac{S_2}{S_1}=\frac{R_1}{R_2}=\frac{\beta_1(1-\beta_2)}{\beta_2(1-\beta_1)}=11. \tag{18}$$

*Ответ*: в 11 раз.

**Решение задачи №2** Пусть $x$ — растяжение верхней и нижней пружин, а $y$ — растяжение «передней» средней пружины, тогда «задняя» средняя пружина сожмётся на $y - x$. По 2-му закону Ньютона получим, что:

$$m\vec{a} = ky + k(y - x). \tag{19}$$

Сумма сил приложенных к заднему невесомому стержню равна нулю, следовательно:

$$2k_0 x = k(y - x) \Rightarrow y = x\frac{2k_0 + k}{k}. \tag{20}$$

После подстановки в (19) находим, что:

$$x = \frac{ma}{4k_0 + k}. \tag{21}$$

*Ответ*: $x = ma/(4k_0 + k)$.

**Решение задачи №3** Перепады напряжения между пластинами на разных участках горизонтали равны, поэтому можно записать, что:

$$E_1 d_1 = E_2 d_2. \tag{22}$$

Заряды плоских участков верхней пластины противоположны по знаку ($q$ и $-q$), как и у участков нижней ($Q$ и $-Q$)[6]. Поля, создаваемые этими зарядами в зазорах, можно найти как сумму полей плоскостей, тогда:

$$\begin{cases} E_1 = E + k\frac{Q-q}{2S_1} \\ E_2 = E - k\frac{Q-q}{2S_2} \end{cases} \Rightarrow E_1 S_1 + E_2 S_2 = E(S_1 + S_2). \tag{23}$$

Воспользуемся равенством (22) и получим:

$$E_{1,2} = Ed_{2,1}\frac{S_1 + S_2}{S_1 d_2 + S_2 d_1}. \tag{24}$$

*Ответ*: $E_{1,2} = Ed_{2,1}(S_1 + S_2)/(S_1 d_2 + S_2 d_1)$.

**Решение задачи №4** Когда пластину только отпустили, то разница давлений на верхнюю и нижнюю поверхности равна

$$\Delta P_0 = \rho_0 g d, \tag{25}$$

[6] При зеркальной симметрии системы $Q = -q$.

$\rho_0$ — плотность воды, $g$ — ускорение свободного падения, а $d$ — толщина пластины.

Под воздействием силы трения со стороны воды в конце концов скорость пластины тонущей станет постоянной, следовательно, из второго закона Ньютона получаем, что:

$$\Delta P_{\text{макс}} = \rho g d, \tag{26}$$

где $\rho$ — плотность пластины. Следовательно, отношение давлений равно:

$$\frac{\Delta P_0}{\Delta P_{\text{макс}}} = \frac{\rho_0}{\rho} \simeq \frac{1}{8}. \tag{27}$$

*Ответ*: примерно в 8 раз.

**Решение задачи №5** Когда чашку ставят в горячую воду, то давление нагревающегося воздуха (и паров) возрастает, заметно уменьшая прижимающую силу, а значит, и силу трения, что приводит к сползанию чашки. Слой же воды вне чашки не позволяет выйти воздуху из неё, пока избыточное давление не сравняется с давлением слоя.

Попробуйте провести этот эксперимент самостоятельно.

## Вариант ФЕН-О51в

**Решение задачи №1** Запишем работу силы тяжести:

$$A_{\text{тяж}} = mg(\ell + x)\sin\alpha \tag{28}$$

и работу силы трения:

$$A_{\text{тр}} = \mu mg\cos\alpha. \tag{29}$$

Из закона сохранения энергии условие на преодоление шероховатой полоски:

$$A_{\text{тяж}} \geqslant A_{\text{тр}}, \tag{30}$$

следовательно $x = \ell(\mu \operatorname{ctg}\alpha - 1)$, если $\mu > \operatorname{tg}\alpha$, и $x = 0$, если $\mu \leqslant \operatorname{tg}\alpha$.

*Ответ*: $x = \ell(\mu \operatorname{ctg}\alpha - 1)$, если $\mu > \operatorname{tg}\alpha$, и $x = 0$, если $\mu \leqslant \operatorname{tg}\alpha$.

**Решение задачи №2** Пусть $P_0$ — давление атмосферы, тогда в случае изотермического процесса получается:

$$\begin{cases} P_0 h_0 = P_1 h_1 \\ P_0 h_0 = P_2 h_2 \end{cases} \tag{31}$$

где $P_1$ и $P_2$ — давление воздуха внутри не перевёрнутой и перевёрнутой трубки, соответственно. Пусть $m$ — массу вынутого столба жидкости, тогда условие его равновесия можно записать как:

$$\begin{cases} P_1 S + mg = P_0 S \\ P_0 S + mg = P_2 S \end{cases} \Rightarrow P_2 - P_0 = P_0 - P_1. \tag{32}$$

Подставляем в это уравнение значения $P_1$ и $P_2$ из (31) и (32) и получаем:

$$\frac{P_0 h_0}{h_1} - P_0 = P_0 - \frac{P_0 h_0}{h_2} \Rightarrow h_2 = \frac{h_0 h_1}{2h_1 - h_0}. \tag{33}$$

*Ответ*: $h_2 = h_0 h_1 / (2h_1 - h_0)$.

**Решение задачи №3** Запишем условие отрыва груза массы $M$:

$$T = Mg, \tag{34}$$

где $T$ — натяжение нити.

Из сохранения длины нити ускорение груза массы $m$ равно:

$$A = 2a \tag{35}$$

Из 2-го закона Ньютона:

$$mA = T - mg \Rightarrow M \geqslant m\left(1 + 2\frac{a}{g}\right). \tag{36}$$

*Ответ*: $M \geqslant m(1 + 2\frac{a}{g})$.

**Решение задачи №4** Из соображения «симметрии» треугольник должен быть равнобедренный. Пусть $R$ длина стороны, соединяющей $q$ и $3q$ заряды. При отсутствии трения натяжение всех участков петли одинаково. Тогда из равновесия заряда $q$ получим:

$$T = 3\frac{kq^2}{R^2}, \tag{37}$$

а из равновесия заряда $3q$, получаем:

$$T = 9\frac{kq^2}{4R^2\cos^2\alpha} \tag{38}$$

Следовательно, приравняв $T$ из (37) и (38), получим:

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 30°. \tag{39}$$

*Ответ*: $\alpha = 30°$.

## Вариант ФЕН-О52

**Решение задачи №1**
Пусть тело с массой $M$ придёт в движение при сжатии пружины на $x$, тогда:

$$kx = \mu M g. \tag{40}$$

«Граничный случай» отвечает остановке тела с искомой массой $m$, следовательно, уменьшение потенциальной энергии пружины равно работе силы трения на пути $x_0 + x$:

$$\frac{kx_0^2}{2} - \frac{kx^2}{2} = \mu m g(x_0 + x) \Rightarrow \frac{k(x_0 - x)}{2} = \mu m g. \tag{41}$$

Подставив (40) в (41) получим[7], что:

$$m = \frac{kx_0}{2\mu g} - \frac{M}{2}.$$

*Ответ*: $m = kx_0/2\mu g - M/2$.

**Решение задачи №2** Приравниваем перемещения тел по вертикали и горизонтали:

$$\begin{cases} \left(vt + \frac{at^2}{2}\right)\sin\alpha = \frac{gt^2}{2} \\ \left(vt + \frac{at^2}{2}\right)\cos\alpha = ut \end{cases} \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \frac{gt^2}{2ut} \Rightarrow t = \frac{2u\operatorname{tg}\alpha}{g}. \tag{42}$$

После сокращения первого (или второго) уравнения на $t$ и подстановки $t$ и $a = g\sin\alpha$ находим, что:

$$u = \frac{v}{\cos\alpha}. \tag{43}$$

Можно рассмотреть проекции скорости и ускорения 2-го тела на оси по склону и по нормали к склону.

*Ответ*: $u = v/\cos\alpha$.

**Решение задачи №3** Пусть суммарный объём песчинок равен $V$, тогда из уравнения состояния газа получим, что:

$$\begin{cases} P(SH_0 - V) = \nu R T_0 \\ P(SH - V) = \nu R T \end{cases} \tag{44}$$

[7] Описанное в условии происходит при $kx_0 > \mu M g$.

где $P$ — давление газа в сосуде, а $\nu$ — число молей. Разделив одно уравнение на другое, найдём $V$ и затем, подставив $\rho = m/V$, получим, что:

$$\rho = \frac{m(T - T_0)}{S(H_0T - HT_0)}. \tag{45}$$

*Ответ*: $\rho = m(T - T_0))/S(H_0T - HT_0)$.

**Решение задачи №4** Силу отталкивания бусинок с зарядом $q$ $F_{qq} = kq^2/r^2$ уравновешивает составляющая вдоль спицы силы притяжения закреплённого заряда $Q$ ($Qq < 0!$), следовательно:

$$\begin{gathered} \frac{kq^2}{r^2} = -\frac{kqQr}{2\left(h^2 + \frac{r^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow \\ Q = -2q\left(\frac{h^2}{r^2} + \frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{2}} \end{gathered} \tag{46}$$

*Ответ*: $Q = -2q(h^2/r^2 + 1/4)^{3/2}$.

## Вариант ГГФ-О51в

**Решение задачи №1** Пусть $V_0$ — объём воды в сосуде, $H$ — уровень жидкости в начала (до отрыва шарика), а $S$ — сечение сосуда, тогда:

$$V_0 + V = HS. \tag{47}$$

При всплытии по закону Архимеда шар вытесняет объём воды равный его массе, следовательно:

$$V_0 + \frac{m}{\rho} = (H - h)S \Rightarrow m = \rho(V - hS). \tag{48}$$

*Ответ*: $m = \rho(V - hS)$.

**Решение задачи №2** По второму закону Ньютона:

$$\begin{cases} \frac{mv^2}{R} = N\cos\alpha \\ mg = N\sin\alpha \end{cases} \Rightarrow v = \sqrt{Rg\operatorname{ctg}\alpha}, \tag{49}$$

где $v$ — скорость шара, а $N$ — реакция опоры.

*Ответ*: $v = \sqrt{Rg \operatorname{ctg} \alpha}$.

**Решение задачи №3** так температура не изменилась, то из уравнения состояния идеального газа получим:

$$(P - \rho gh)(H - h) = P(H - h - d) \Rightarrow P = \frac{\rho gh(H - h)}{d}. \tag{50}$$

*Ответ*: $P = \rho gh(H - h)/d$.

## Вариант ГГФ-О52

**Решение задачи №1** Уровень воды в цилиндре после образования отверстия сравняется с уровнем воды снаружи. Запишем условие равновесия до образования отверстия и после:

$$\begin{cases} \rho SH = m + \rho s(H + h) \\ \rho S(H - y) = m + \rho s(H - y) \end{cases} \tag{51}$$

где $S = \pi R^2$, $s = \pi r^2$, $H$ — глубина погружения цилиндра до образования отверстия, $\rho$ — плотность воды, а $y$ — искомое смещение цилиндра после образования отверстия. Вычитая эти уравнения друг из друга получаем:

$$\rho Sy = \rho s(h + y) \Rightarrow y = \frac{hs}{S - s} = \frac{hr^2}{R^2 - r^2}. \tag{52}$$

*Ответ*: $y = hr^2/(R^2 - r^2)$.

**Решение задачи №2** Запишем второй закон Ньютона в векторной форме:

$$m\vec{a} = \vec{T} + m\vec{g} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{g}{\sin\alpha} \\ T = mg \operatorname{ctg} \alpha \end{cases} \tag{53}$$

*Ответ*: $a = \frac{g}{\sin\alpha}$, $T = mg \operatorname{ctg} \alpha$.

**Решение задачи №3** Пусть $U_1$, $U_2$ и $q_1$, $q_2$ — падение напряжения и заряды на конденсаторах $C_1$ и $C_2$ соответственно, тогда:

$$U_1 + U_2 = U = \frac{q}{C} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2}, \tag{54}$$

где $q$ — заряд на конденсаторе $C$. Так как в начале конденсаторы $C_1$ и $C_2$ были не заряжены, то

$$q_1 = q_2 = \frac{C_1 C_2 U}{C_1 + C_2} \tag{55}$$

Подставив (55) в (54) получим:

$$q = CU + \frac{C_1 C_2 U}{C_1 + C_2}. \tag{56}$$

*Ответ*: $q = CU + C_1 C_2 U/(C_1 + C_2)$.

## Материалы для задачи «объяснить явление» выездного варианта ФФ-О51в.

Ниже приведена «выкройка», которая использовалась для создания конусов. Для скрепления следует использовать клей.